

第14讲

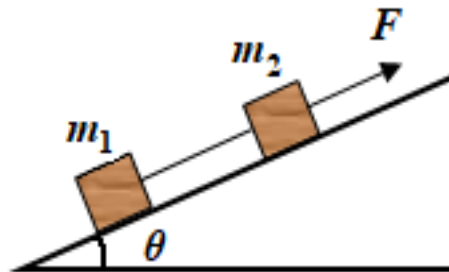
牛顿运动定律的应用

(二)

一、连接体

——整体法与隔离法

【例1】 如图所示，倾角为 θ 的固定斜面上的两个物体A和B，质量分别为 m_1 和 m_2 ，用一根不可伸长的细绳连接，两物体与斜面间的动摩擦因数均为 μ 。对B物体施加一平行于斜面向上的恒定拉力 F ，使两物体一起沿斜面向上加速运动，求细绳的张力 T 的大小。

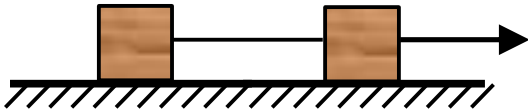
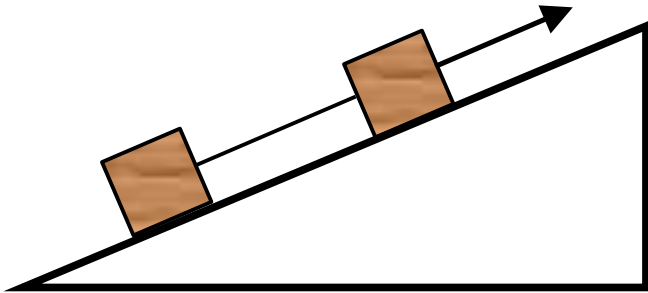
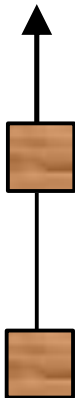


【解析】 设运动的共同加速度为 a ，根据牛顿第二定律得

对整体
$$F - (m_1 + m_2)g \sin \theta - \mu(m_1 + m_2)g \cos \theta = (m_1 + m_2)a$$

隔离 m_1
$$T - m_1g \sin \theta - \mu m_1g \cos \theta = m_1a$$

联立方程组
$$\frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{T}{m_1} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{m_1}{m_1 + m_2} F \quad (\text{与}\theta、\mu\text{无关})$$

不同的情景			相同的结论
水平面	光滑		$T = \frac{m_1}{m_1 + m_2} F$ （接触面粗糙时要求两接触处的动摩擦因数相同）
	粗糙		
斜面	光滑		
	粗糙		
竖直面			

【例2】 如图所示，水平的桌面光滑，质量分别为 M 和 m 的两物体用细绳连接后跨过光滑的轻质滑轮。将整个系统由静止释放，释放后 m 带动 M 一起运动。

(1) 求 M 的加速度和绳上的拉力 T ；

(2) 满足什么条件可近似认为等于 $T \approx mg$ ？

【解析】 (1) 释放后两物体加速度大小相同，设为 a 。

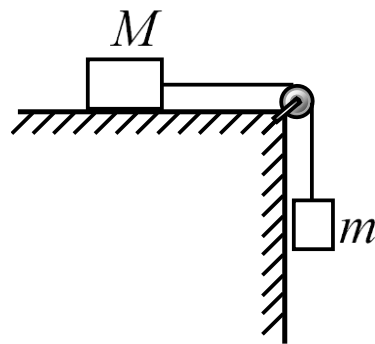
对 M ，由牛顿第二定律得 $T = Ma$ ①

对 m ，由牛顿第二定律得 $mg - T = ma$ ②

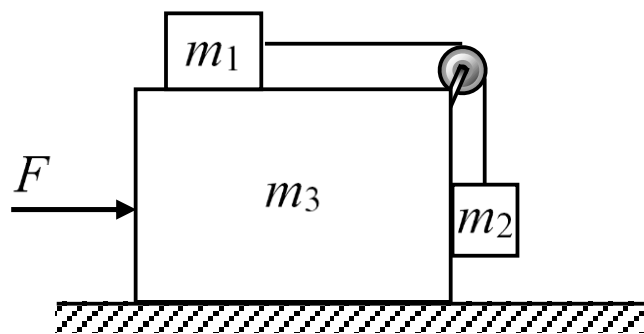
联立①②解得： $a = \frac{m}{M+m}g$, $T = \frac{M}{M+m} \cdot mg$ 。

(2) 由 $T = \frac{M}{M+m} \cdot mg$ 可看出，拉力必小于 mg 。

当 $M \gg m$ 时，有 $\frac{M}{M+m} = \frac{1}{1+\frac{m}{M}} \approx 1$ ，即 $T \approx mg$ 。



【例3】 如图所示，质量分别为 m_1 、 m_2 、 m_3 的三个物体，其中 m_1 、 m_2 通过细绳跨过固定在 m_3 上的滑轮相连，上段绳子保持水平，下段绳竖直， m_2 紧靠在 m_3 右侧面上，各处的摩擦均不计。要使三物体相对静止一起运动，作用在 m_3 的水平推力 F 应等于多少？



【解析】 由于三物体相对静止，设共同加速度为 a ，绳上拉力为 T ，根据牛顿第二定律对整体 m_1 、 m_2 、 m_3 ： $F = (m_1 + m_2 + m_3) a$ ①

隔离 m_1 分析： $T = m_1 a$ ②

隔离 m_2 分析，在竖直方向上受力平衡： $T = m_2 g$ ③

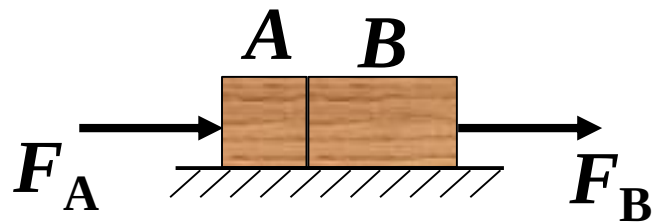
联立①②③解得 $F = (m_1 + m_2 + m_3) \frac{m_2 g}{m_1}$

【例4】光滑的水平面上静止放置着紧靠在一起的两木块A、B，质量分别为 $m_A=2\text{kg}$ 和 $m_B=8\text{kg}$ 。现施加一水平推力 F_A 作用在A上，同时施加一水平拉力 F_B 作用在B上，且两力随时间 t 变化的关系为 $F_A=(8-2t)\text{N}$ ， $F_B=(2+2t)\text{N}$ ，问从 $t=0$ 开始到A、B脱离，A、B的共同位移是多少？

【解析】 以AB整体为研究对象

$$F_{\text{合}} = F_A + F_B = 10\text{N}$$

加速度
$$a = \frac{F_{\text{合}}}{m_A + m_B} = 1\text{m/s}^2$$

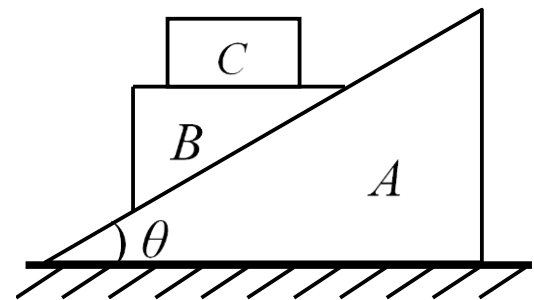


AB刚要脱离时，A B间弹力为零。

隔离A分析 $F_A = m_A a$ 即 $8-2t=2$ 解得 $t=3\text{s}$

共同位移
$$x = \frac{1}{2} a t^2 = 4.5\text{m}$$

【例5】如图所示，倾角为 θ 的斜面A固定在水平面上。木块B、C的质量分别为 M 、 m ，B与C始终保持相对静止，共同沿斜面下滑。B的上表面保持水平，A、B间的动摩擦因数为 μ 。分别求下面两种情况下B对C的作用力。



①当B、C共同匀速下滑；

②当B、C共同加速下滑时。

【解析】①以C为研究对象，由于C匀速运动，受重力 $G_1=mg$ ，B对C的支持力竖直向上，大小 $N_1=mg$ ，由于C在水平方向没有加速度，所以B对C无摩擦力，即 $F_{f1}=0$ 。

②由于B、C共同加速下滑，加速度相同，以B、C整体为对象沿斜面方向用牛顿第二定律：

$$(M+m)g\sin\theta - \mu(M+m)g\cos\theta = (M+m)a$$

可得整体的共同加速度： $a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$

隔离 C 为对象，以水平、竖直方向建立坐标系，分解加速度 a ，得到

$$a_x = a \cos \theta, \quad a_y = a \sin \theta$$

分别沿水平、竖直方向用牛顿第二定律，得到

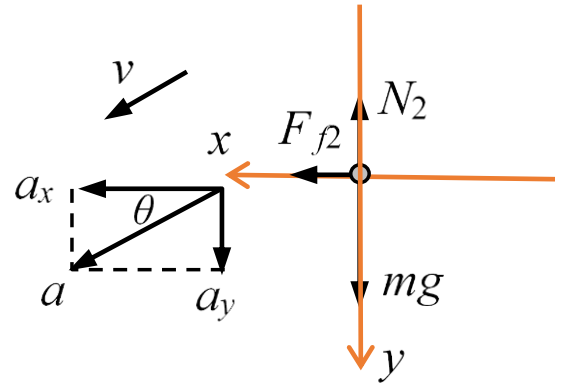
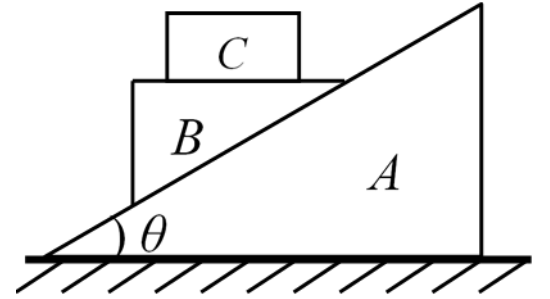
$$\text{水平方向: } F_{f2} = ma_x = ma \cos \theta$$

$$\text{竖直方向: } mg - N_2 = ma_y = ma \sin \theta$$

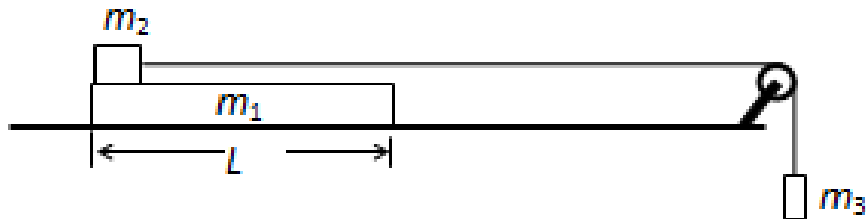
由以上各式解得

$$B \text{ 对 } C \text{ 的摩擦力: } F_{f2} = mg(\sin \theta - \mu \cos \theta) \cos \theta \quad \text{方向水平向左}$$

$$B \text{ 对 } C \text{ 的支持力: } N_2 = mg(\cos \theta + \mu \sin \theta) \cos \theta \quad \text{方向竖直向上}$$



【例6】如图所示，在光滑的水平桌面上放有质量为 $m_1=5\text{kg}$ 、长为 $L=1.8\text{m}$ 的平板，平板距离定滑轮足够远，在平板的左端有一个质量为 $m_2=1\text{kg}$ 的小滑块，借助穿过定滑轮的不可伸长的细线将小滑块和质量为 $m_3=0.5\text{kg}$ 的钩码连接起来，平板与滑块之间的动摩擦因数为 $\mu=0.2$ 。现将各物体由静止释放，求经过多长时间小滑块将从平板上滑下来？（ g 取 10m/s^2 ）



【解析】设细线的拉力为 T ，木板和滑块的加速度分别为 a_1 和 a_2 ，经过时间 t 滑块从木板上滑下来，根据牛顿第二定律有

$$\text{对木板： } \mu m_2 g = m_1 a_1 \quad (1)$$

$$\text{对滑块： } T - \mu m_2 g = m_2 a_2 \quad (2)$$

$$\text{对钩码： } m_3 g - T = m_3 a_2 \quad (3)$$

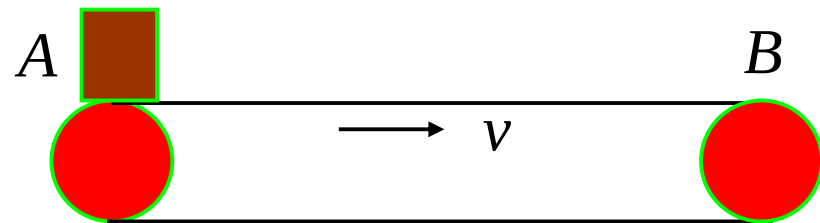
$$\text{联立①②③解得： } a_1 = 0.4\text{m/s}^2, \quad a_2 = 2\text{m/s}^2$$

$$\text{由运动学知： } L = \frac{1}{2} a_2 t^2 - \frac{1}{2} a_1 t^2 \quad (4)$$

$$\text{代入相关数据解得 } t = 1.5\text{s}$$

二、传送带

【例7】如图所示，将物体在某时刻轻轻放在正以 $v=4\text{m/s}$ 的速度匀速向右运动的传送带上的A端，A、B相距 $L=12\text{m}$ ，已知动摩擦因数为 $\mu=0.1$ ， $g=10\text{m/s}^2$ 。求物体从A滑至B端所需时间 t 。



【解析】物体轻轻放上传送带后，受到向右的滑动摩擦力作用，做初速度为零的匀加速直线运动。

$$\mu mg = ma \quad a = \mu g = 1\text{m/s}^2$$

假设物体的速度可以增加到与传送带的速度 v 相同，则其位移为

$$x_1 = \frac{v^2}{2a} = 8\text{m} < 12\text{m}$$

经历的时间为 $t_1 = \frac{v}{a} = 4\text{s}$

此后物体随传送带一起匀速运动，到达B点还需用时 $t_2 = \frac{L - x_1}{v} = 1\text{s}$

经历的总时间为 $t = t_1 + t_2 = 5\text{s}$

【例8】如图所示，传送带与地面倾角 $\theta=37^\circ$ ，从A到B长度为 $L=10.25\text{m}$ ，传送带以 $v_0=10\text{m/s}$ 的速率逆时针转动。在传送带上端A处无初速地释放一个物块，它与传送带之间的动摩擦因数为 $\mu=0.5$ 。已知 $\sin 37^\circ=0.6$ ， $g=10\text{m/s}^2$ 。求物块从A到B的时间。

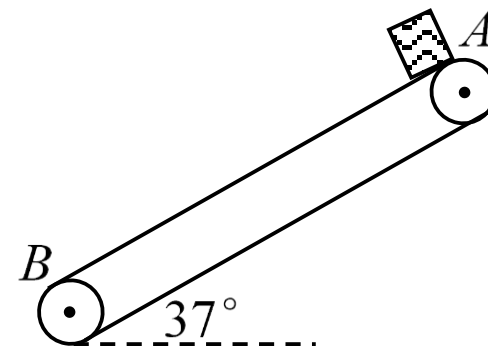
【解析】物块沿传送带加速下滑至与传送带速度相等，此过程摩擦力沿斜面向下。

根据牛顿第二定律 $mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta = ma_1$

解得： $a_1=10\text{m/s}^2$

运动时间为 $t_1 = \frac{v}{a_1} = 1\text{s}$

位移为 $x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = 5\text{m} < L$



共速后物体继续加速下滑，但摩擦力改为沿斜面向上，根据牛顿第二定律

$$mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta = ma_2$$

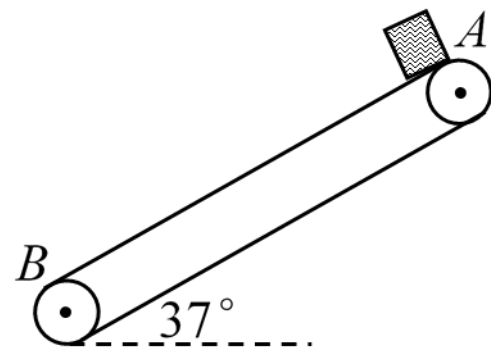
解得 $a_2 = 2\text{m/s}^2$

设第二阶段运动到B的时间为 t_2 ，则

$$x_2 = L - x_1 = vt_2 + \frac{1}{2}a_2t_2^2$$

解得 $t_2 = 0.5\text{s}$

故总时间 $t = t_1 + t_2 = 1.5\text{s}$



再见