

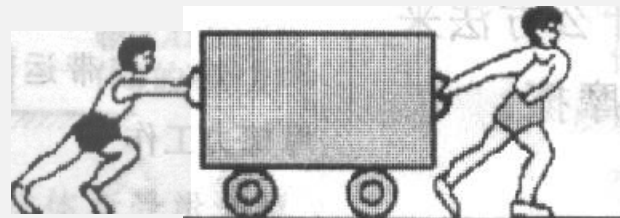
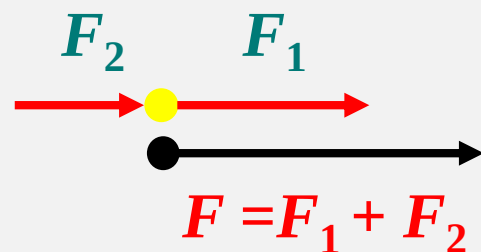
第9讲 力的合成与分解



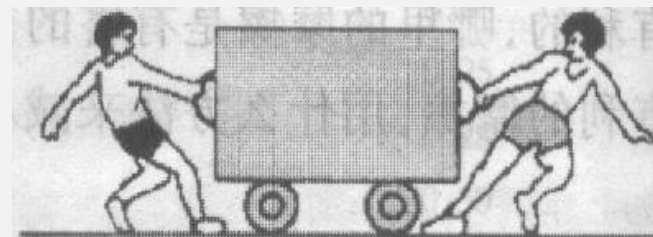
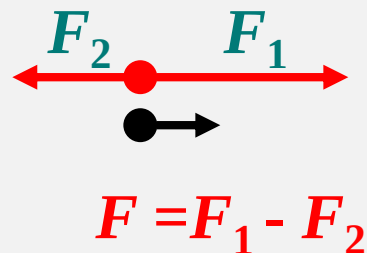
这里：合力与分力的关系是“等效替代”。

一条直线上的力的合成

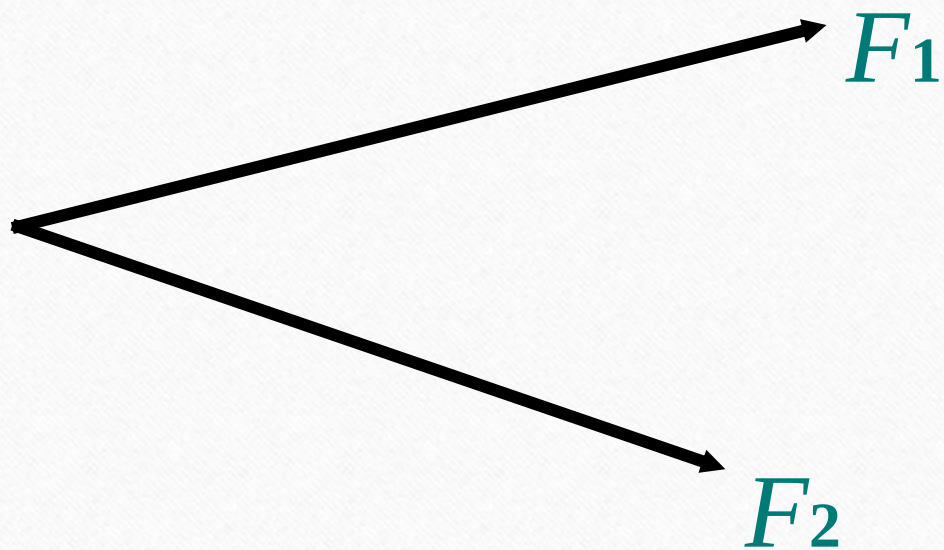
二力同向

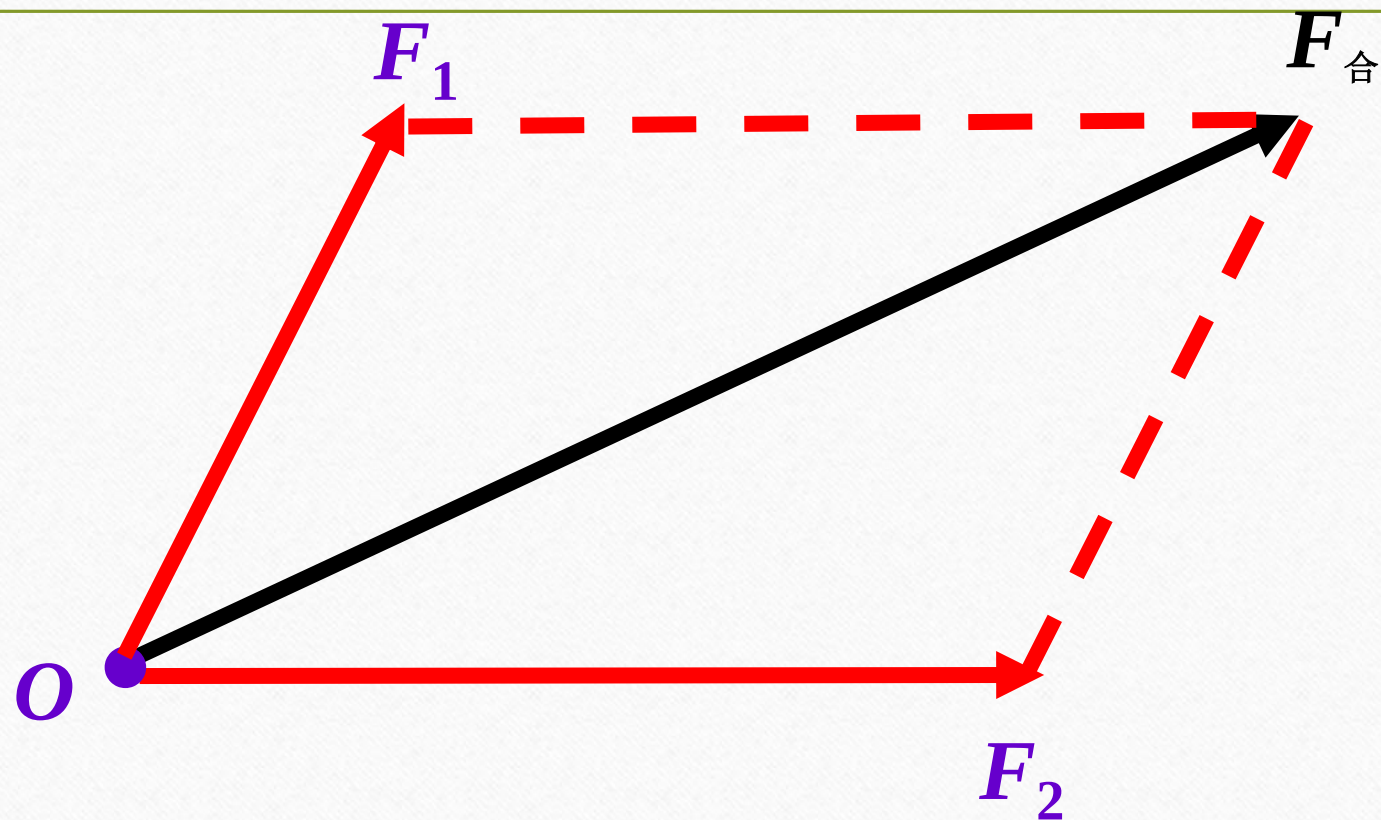


二力反向



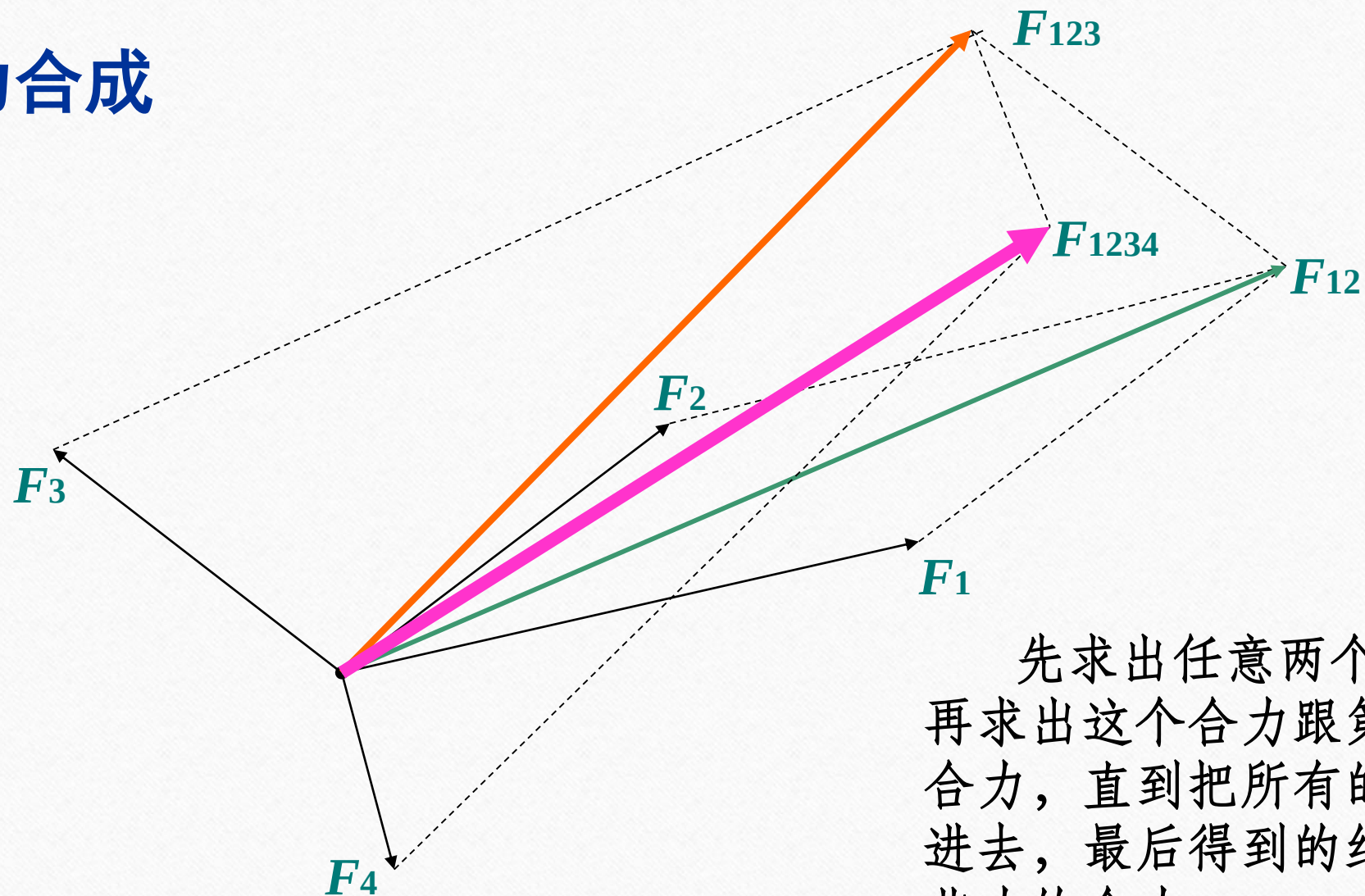
互成角度的力怎样求合力？





求两个力的合力时，可分别用表示这两个力的线段为邻边作平行四边形，这两个邻边之间的对角线就代表合力的大小和方向，这叫做力的平行四边形定则。

多力合成



先求出任意两个力的合力，再求出这个合力跟第三个力的合力，直到把所有的力都合成进去，最后得到的结果就是这些力的合力。

总结：合力与分力的夹角 θ 关系

① $\theta=0^\circ$ 时，即 F_1 、 F_2 共线同方向：

$$F_{\text{合}} = F_1 + F_2 \quad \text{合力方向与两个力的方向相同。}$$

② $\theta=180^\circ$ 时，即 F_1 、 F_2 共线反方向：

$$F_{\text{合}} = |F_1 - F_2| \quad \text{合力方向与分力 } F_1、F_2 \text{ 中较大的方向相同。}$$

③ 夹角 θ 越大，合力就越小：

$$F_{\text{合}} \text{ 随 } F_1 \text{ 和 } F_2 \text{ 的夹角增大而减小}$$

④ 合力的取值范围： $|F_1 - F_2| \leq F_{\text{合}} \leq F_1 + F_2$

⑤ $F_{\text{合}}$ 可能大于、等于、小于 F_1 或 F_2 。

【例1】关于两个力与它们合力的说法正确的是()

- A. 这两个力与它们的合力同时作用在物体上
- B. 这两个力同时作用于物体时产生的效果与合力单独作用于物体时产生的效果相同
- C. 合力总是大于这两力
- D. 两个力夹角在 0° 到 180° 之间时，夹角越大，合力越小

答案：BD

【例2】两个共点力的合力最大值是20 N，最小值为6N，这两个力的大小分别是 13 N 和 7 N。

【例3】作用在物体上的两个力， $F_1=10\text{N}$ ， $F_2=2\text{N}$ 。若它们之间的夹角可任意，那么它们的合力可能是（ ）

- A. 8N B. 11N C. 5N D. 15N

答案：AB

追问：三个共点力的大小分别为5 N、6 N、7 N，它们

合力的最大值是 18 N，最小值是 0 N。

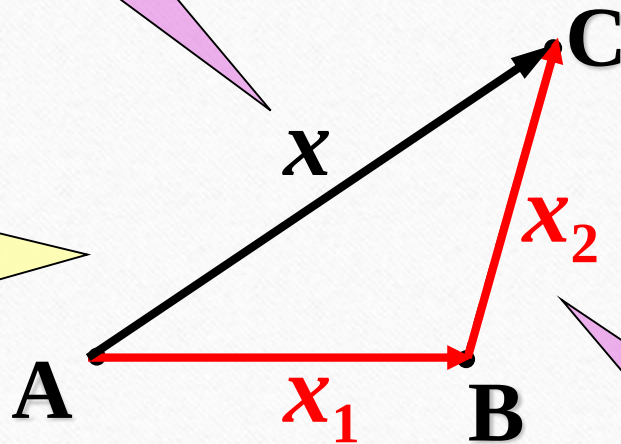
矢量相加的法则

把两个矢量**首尾相接**从而求出合矢量的方法叫做三角形定则

三角形定则与平行四边形定则实质一样

$$\vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2$$

合矢量



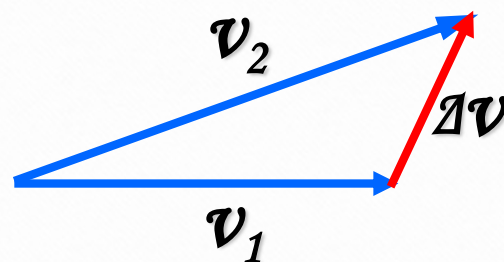
另一分
矢量

分矢量

如图，一个物体的速度 v_1 在一段时间内发生了变化，变成了 v_2 。你能按照三角形定则找出变化量 Δv 吗？

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \Delta \vec{v}$$

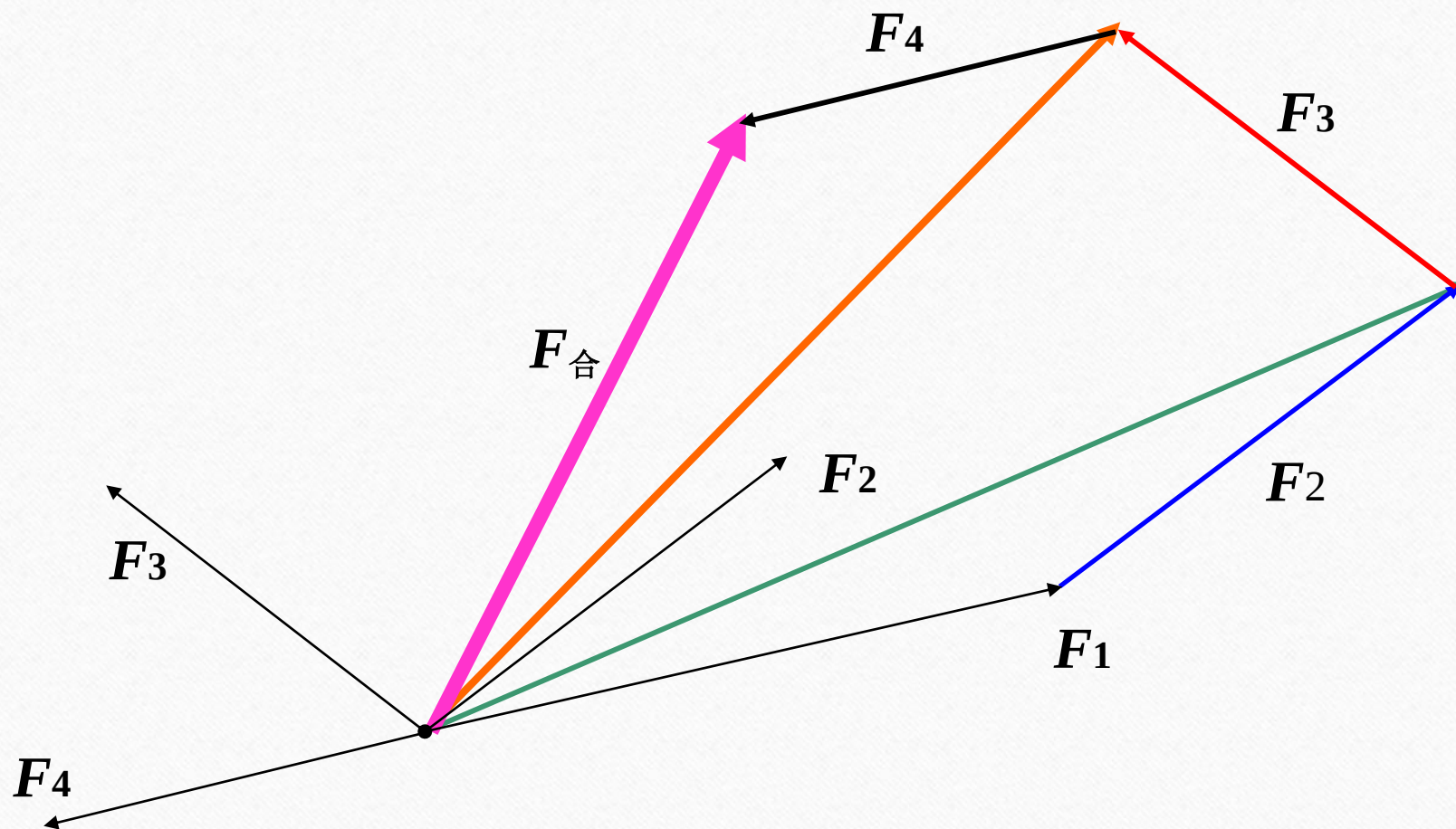


三角形定则

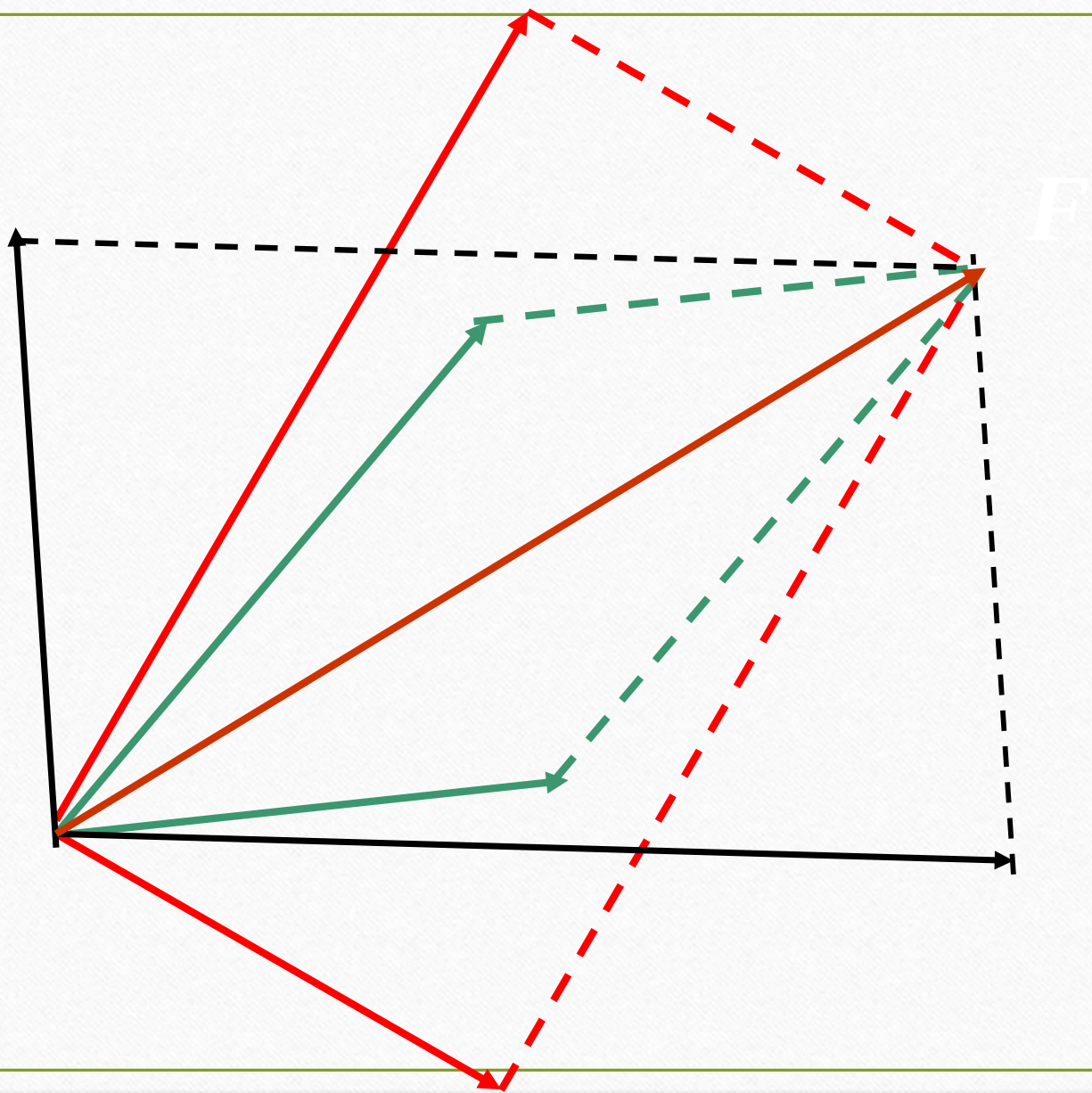


多边形定则

多个矢量的相加

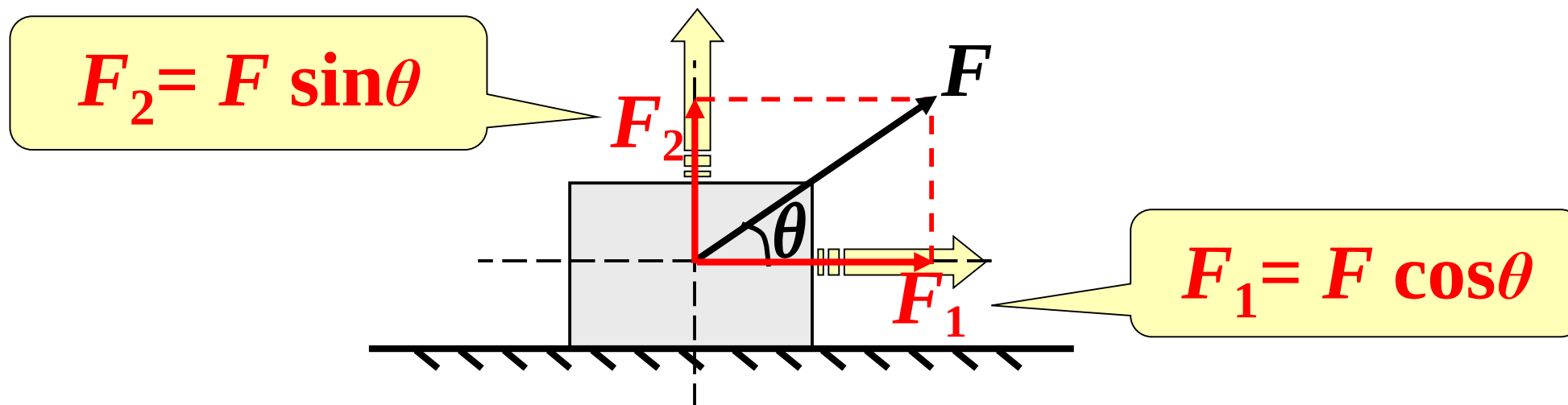


力的分解

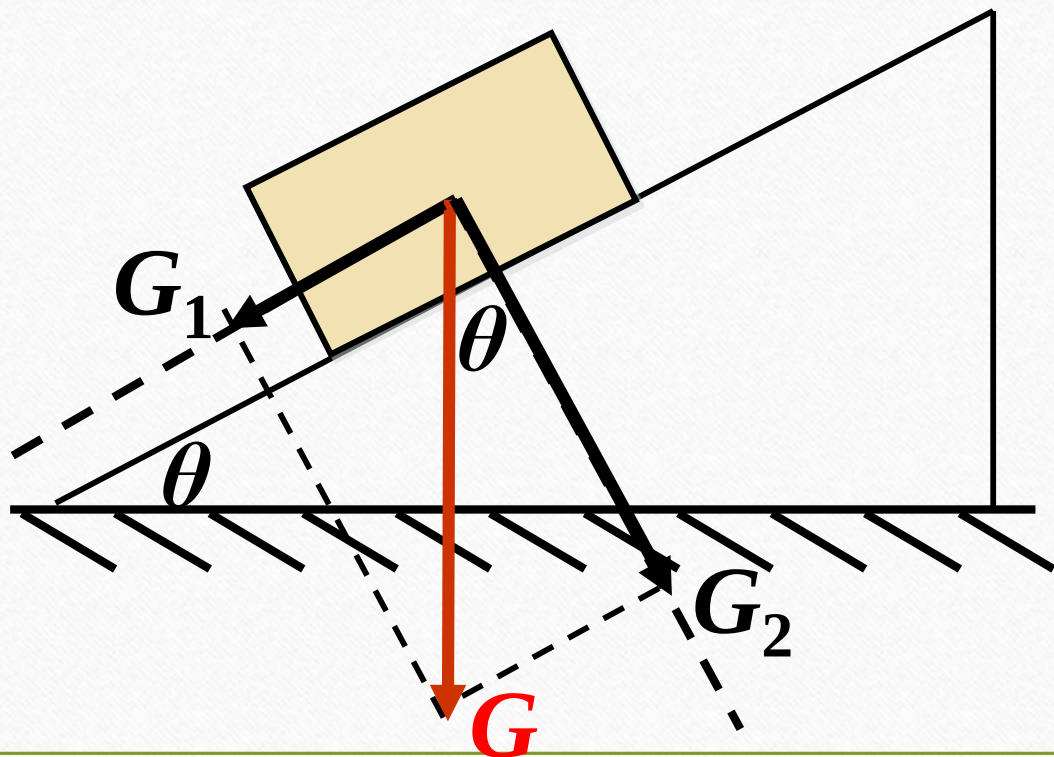


一个力可以有无数种分解方式！

已知放在水平面上的物体，受到与水平方向成 θ 角的拉力 F 的作用，如何分解 F 呢？



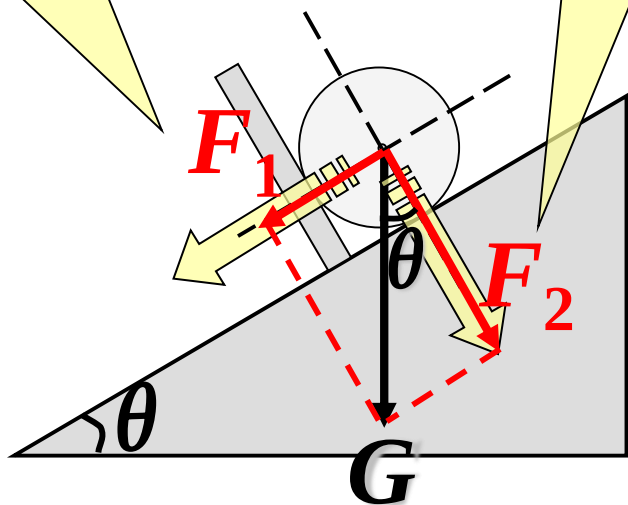
倾角为 θ 的斜面上放有一个物体，该物体受到的重力 G 能对物体产生哪些效果？应当怎样分解重力？



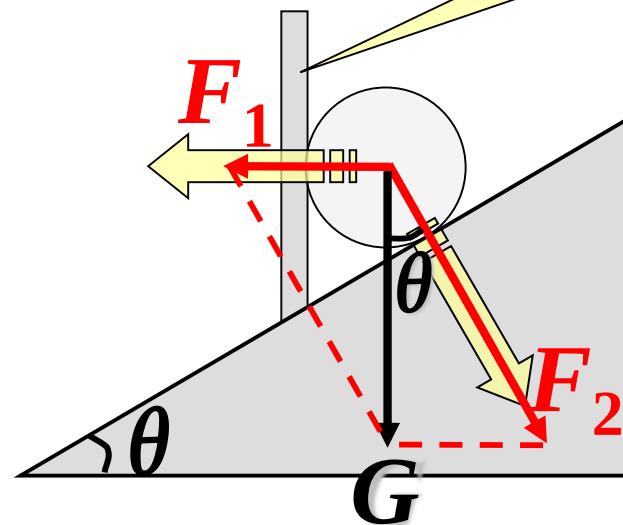
$$\begin{cases} G_1 = G \sin \theta \\ G_2 = G \cos \theta \end{cases}$$

$$F_1 = G \sin \theta$$

$$F_2 = G \cos \theta$$



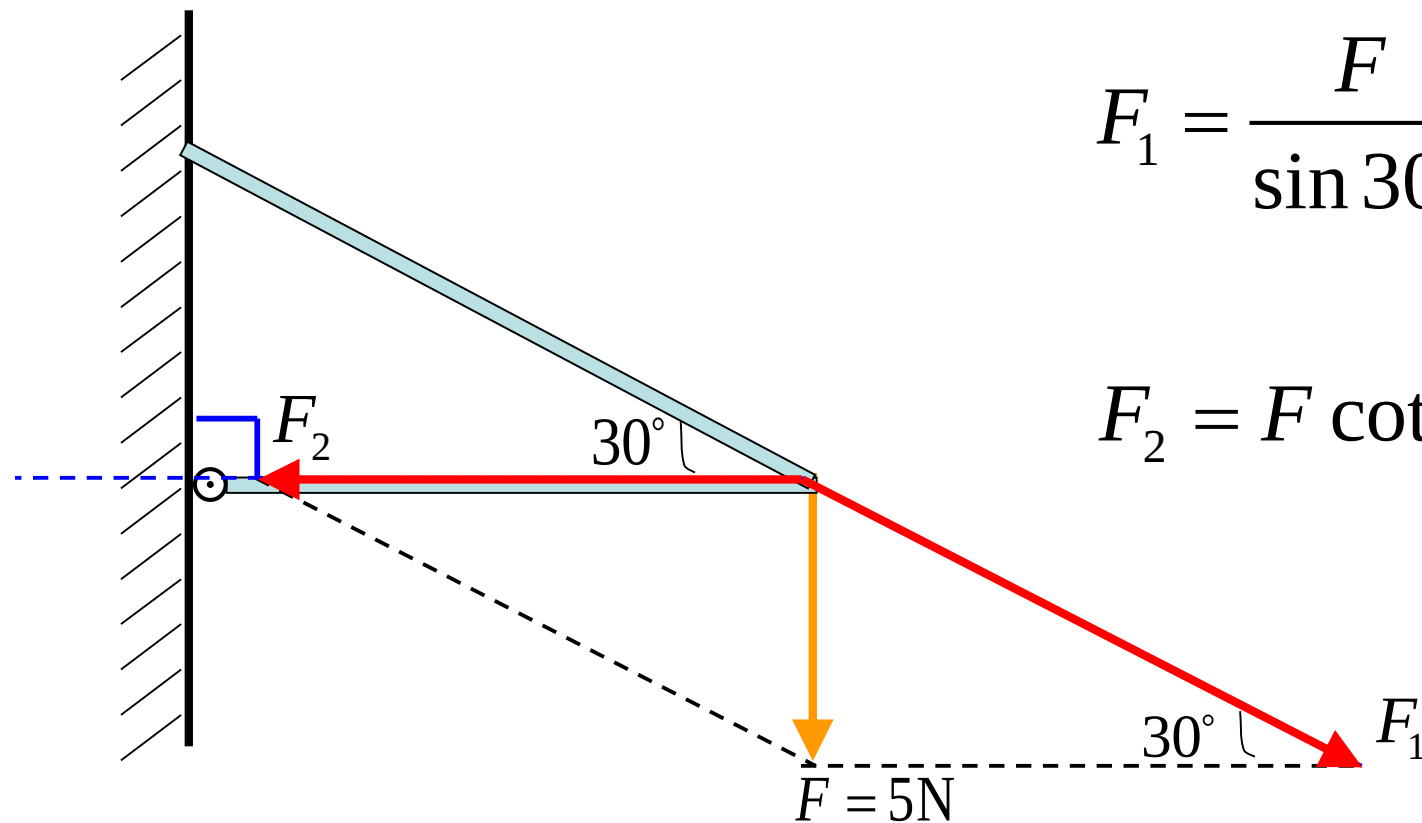
$$F_1 = G \tan \theta$$



$$F_2 = G / \cos \theta$$

放在斜面上的物体所受重力 G 产生怎样的作用效果？如何分解？

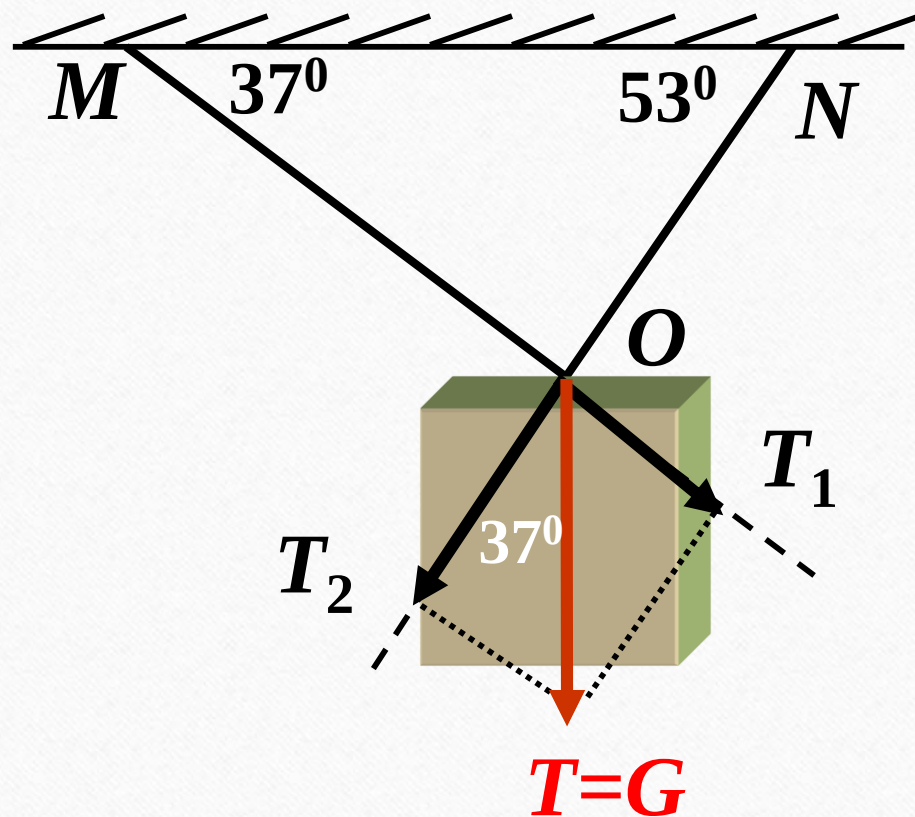
作用在三角支架上的力 F ，产生怎样的作用效果？如何分解？



$$F_1 = \frac{F}{\sin 30^\circ} = 10\text{N}$$

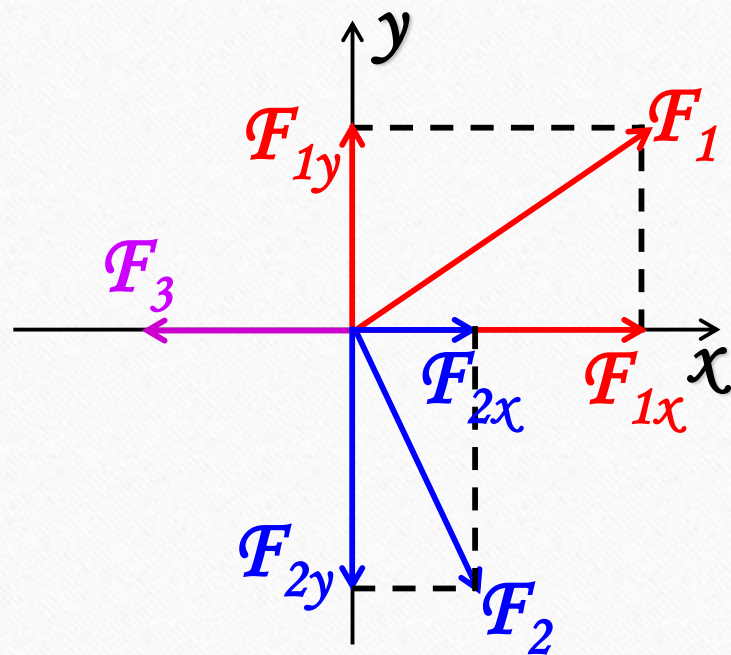
$$F_2 = F \cot 30^\circ = 5\sqrt{3}\text{N}$$

把物体挂在两根细绳 MO 、 NO 上，拉力 T 按其作用效果如何分解？



$$\begin{cases} T_1 = G \sin 37^\circ \\ T_2 = G \cos 37^\circ \end{cases}$$

力的正交分解



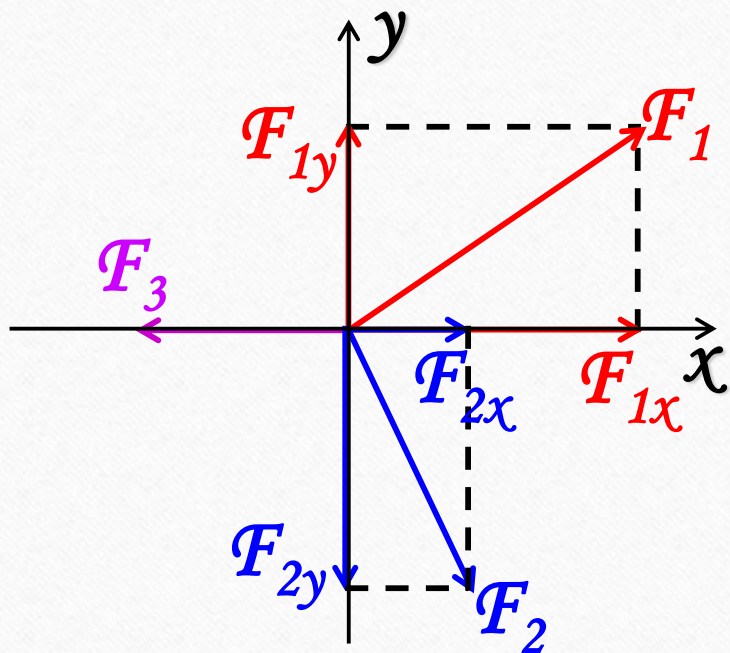
把力沿两个互相垂直的方向进行分解的方法叫做力的**正交分解法**。

优点：

分解简单

计算方便

如何求多个共点力的合力



$$F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots$$

$$F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

1、先建立直角坐标系（原则上是任意的，实际问题中，让尽可能多的力落在这个方向上，这样就可以尽可能少分解力）

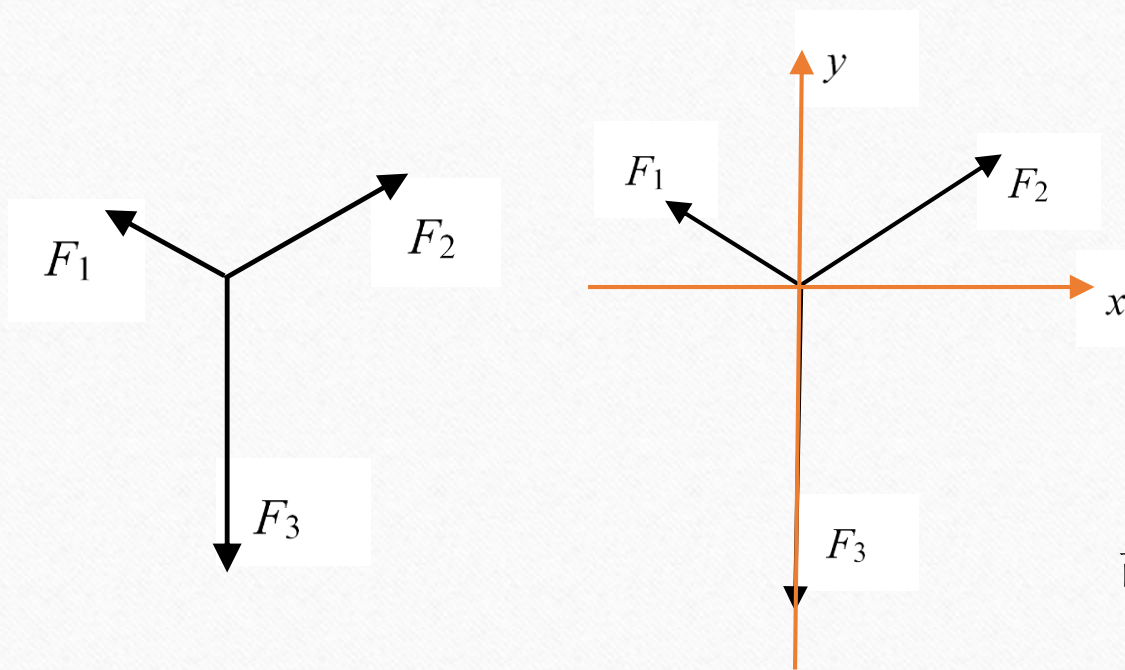
2、将各力沿坐标轴分解

3、分别求出沿各坐标轴方向的合力 F_x 、 F_y

4、最后求得合力 F

F 的方向与 x 轴夹角 θ : $\tan \theta = \frac{F_y}{F_x}$

【例4】同一平面上的三个共点力 $F_1=2\text{N}$ ， $F_2=3\text{N}$ ， $F_3=4\text{N}$ ，它们互成 120° 度夹角，求这三个力的合力。



$$F_x = F_2 \cos 30^\circ - F_1 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ N}$$

$$F_y = F_2 \sin 30^\circ + F_1 \sin 30^\circ - F_3 = -\frac{3}{2} \text{ N}$$

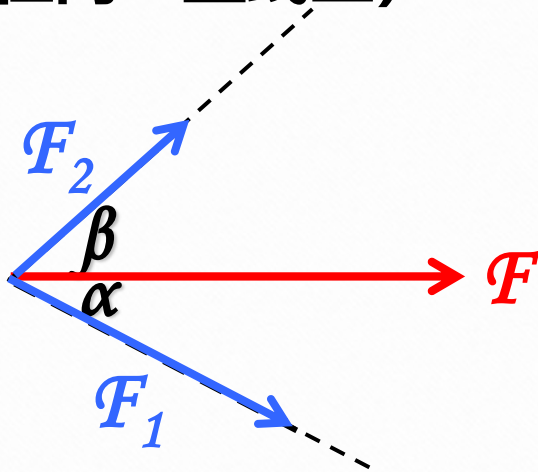
故合力的大小： $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{3} \text{ N}$

合力的方向与x轴正方向夹角满足： $\tan \theta = \left| \frac{F_y}{F_x} \right| = \sqrt{3}$ ，即 $\theta = 60^\circ$ （指向第四象限）。

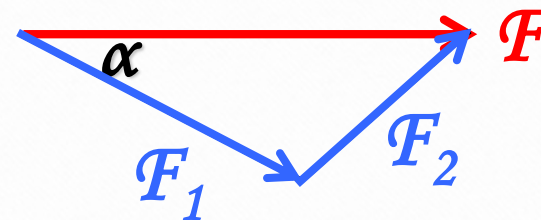
本题还有其它方法么？

力的分解唯一解问题

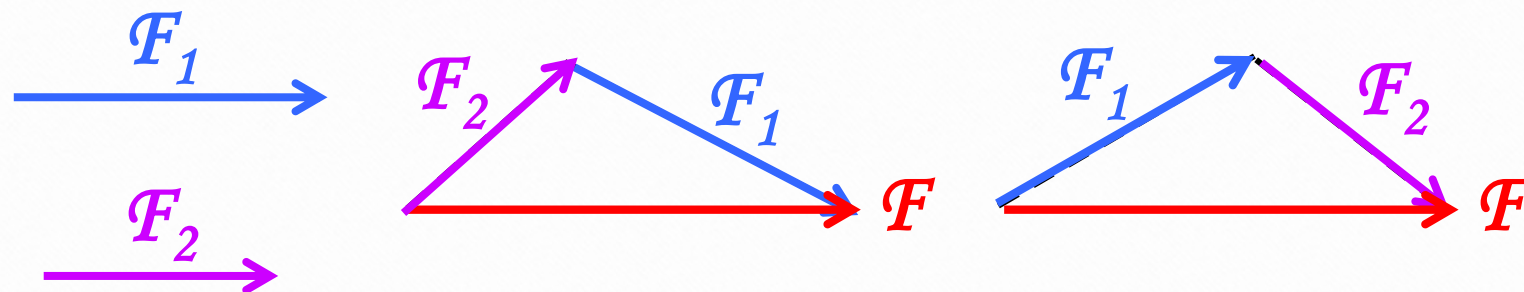
已知合力和两个分力的方向 (F_1 、 F_2 不在同一直线上)



已知合力和一个分力的大小与方向

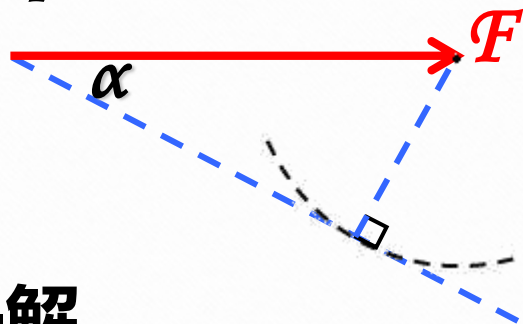


已知合力和两个分力的大小 ($F_1 + F_2 > F$ 且 $F_1 \neq F_2$)



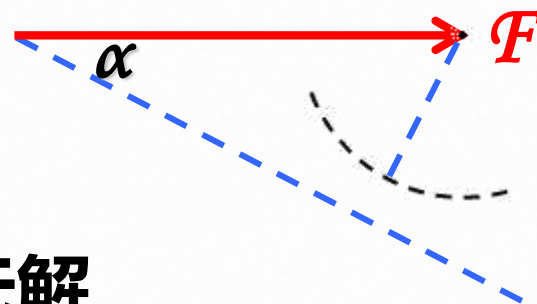
已知合力和一个分力 F_1 的大小以及另一个分力 F_2 的方向

1. 当 $F_1 = F \sin \alpha$ 时



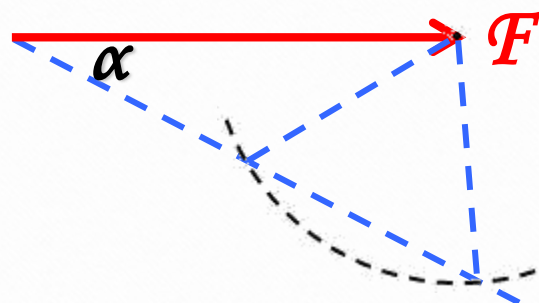
唯一解

2. 当 $F_1 < F \sin \alpha$ 时



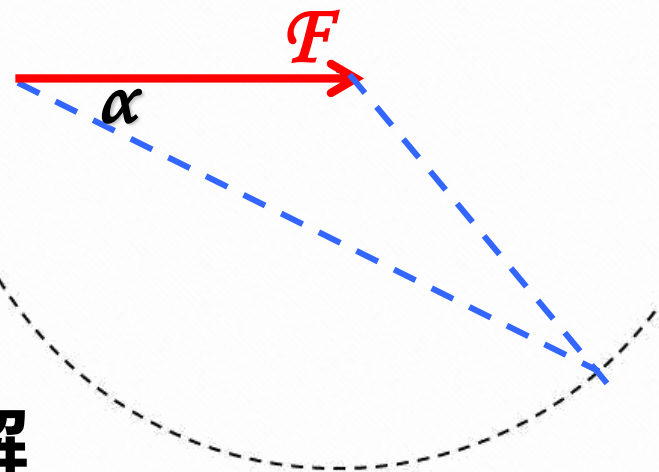
无解

3. 当 $F \sin \alpha < F_1 < F$ 时



两解

4. 当 $F_1 > F$ 时

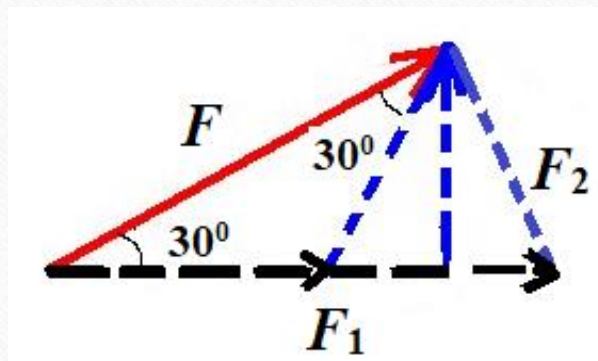


唯一解

【例 5】已知力 F 的一个分力 F_1 跟 F 成 30° 角，大小未知，另一个分力 F_2 的大小为 $\frac{\sqrt{3}}{3}F$ ，方向未知，则 F_1 的大小可能是（ ）

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}F$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}F$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}F$ D. $\sqrt{3}F$

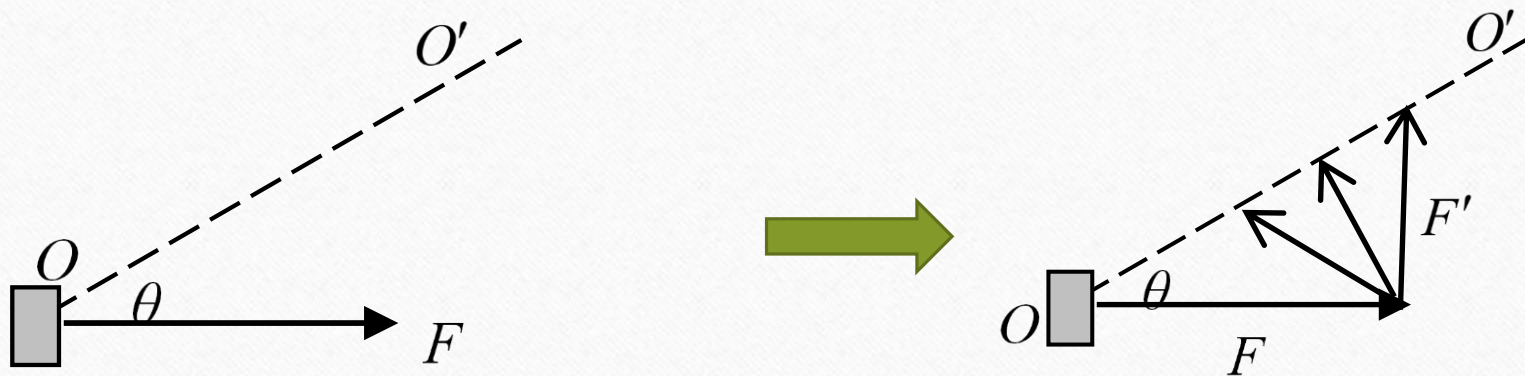
【答案】AC



【解析】根据题意作出矢量三角形如图所示，因为 $\frac{\sqrt{3}}{3}F > F \sin 30^\circ = \frac{F}{2}$ ，从图上看， F_1 有两个解，由图中几何关系可知 AC 正确。

【例 6】如图所示，物体静止于光滑的水平面上，力 F 作用于物体 O 点，现要使合力沿着 OO' 方向，那么，必须同时再加一个力 F' 。这个力的最小值是（ ）

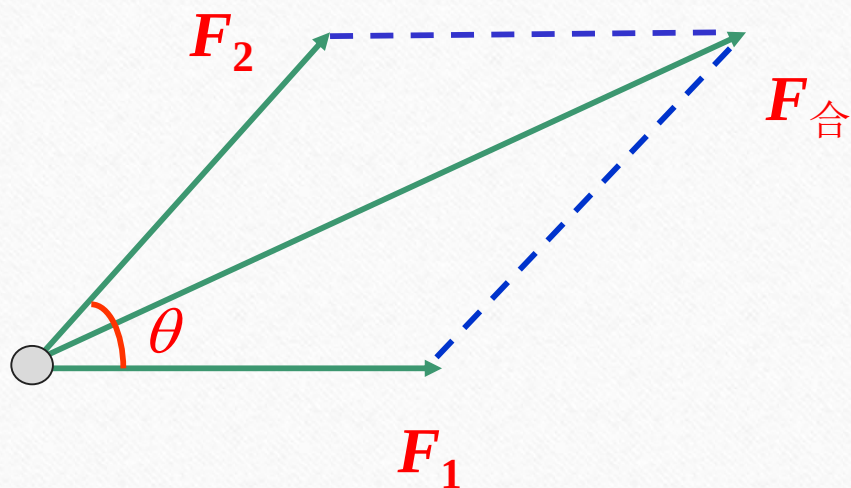
- A. $F\cos\theta$ B. $F\sin\theta$ C. $F\tan\theta$ D. $F\cot\theta$



【解析】由图可知，当 $F' \perp \overline{OO'}$ 时， F' 有最小值为 $F\sin\theta$ ，选项 B 正确。

自主拓展： 余弦定理

$$F_{\text{合}} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \theta}$$



再见